

30. Setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky



22.-24.6. 2011

Špindlerův Mlýn

Jednotlivý příspěvek ze sborníku



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Matematické modelování dynamiky servomotoru

Radim Řepka¹, Milada Kozubková²

¹ Ing. Radim Řepka, VŠB-TU Ostrava, 17. listopadu 15, Ostrava, radim.repka@seznam.cz

² Prof. RNDr. Milada Kozubková, CSc., VŠB-TU Ostrava, 17. listopadu 15, Ostrava, milada.kozubkova@vsb.cz

Abstrakt: *Matematické modelování hydraulických prvků se zaměřením na servomechanismy je možno realizovat užitím přenosových funkcí řešených např. programem Matlab – Simulink nebo užitím prvků knihoven v Simhydraulics pomocí Matlab – Simulink – Simhydraulics. Tato práce je zaměřena na modelování dynamiky servoválce a porovnání výsledků dynamiky modelů získaných oběma metodami. Výsledné hodnoty budou později porovnány s experimentem. Na základě těchto zkušeností se bude odvíjet řešení projektu TAČR TA01010705 „Tvorba matematických modelů prvků regulačního obvodu rekuperačních převodníků“.*

1. Úvod

Článek se zabývá dynamikou servoválce, který slouží jako úvodní modelový příklad. Následovat bude pak vytvoření matematického modelu a provedena celková simulace hydraulického servomechanismu pro rekuperaci energie. Tento model by měl být sestaven a testován metodou přenosových rovnic a porovnán s řešením v programu Simhydraulics. Jednotlivé prvky obvodu budou proměřeny a následně simulace obvodu a porovnána s reálem. Významným výstupem této práce by mělo být pochopení a rozšíření znalostí a možností práce s programem Matlab - Simulink - Simhydraulics, pro výukové i komerční účely.

2. Simulace hydraulických mechanismů

[1] Simulace obecně slouží ke zkoumání dynamických vlastností soustavy, což zpravidla vede až ke zjištění časových průběhů řešených veličin. Simulace spočívá ve vytvoření simulačního modelu, který se skládá z matematického modelu a jeho řešení analytickými metodami nebo simulačními programy jako je Matlab a jeho nástavby. Matematický model je dán soustavou algebraických rovnic, obyčejných diferenciálních rovnic a v složitějších případech i parciálních diferenciálních rovnic.

Při simulaci hydraulických obvodů se vychází z elektrohydraulické analogie, která umožňuje zkoumat hydraulické prvky, jejich skupiny a systémy pomocí metod řešících elektrické

obvody, jejichž přechodové vlastnosti jsou srovnatelné. Při aplikaci elektrohydraulické analogie je třeba splnit základní předpoklady [1].

[2] Pro simulaci hydraulického systému je důležité znát jejich vstupní data, všechny použité konstanty a počáteční hodnoty veličin, které jsou v modelu ve formě derivací. Jejich znalost je obzvlášť u složitějších systémů velmi obtížná. Pro zjišťování těchto konstant se vychází především z dokumentace použitých prvků a to buď přímo, nebo výpočtem. Řada konstant však musí být určena experimentálně nebo odhadem při procesu simulace. Při výpočtech dynamiky pomocí matematických modelů se vychází z ustáleného stavu daného systému.

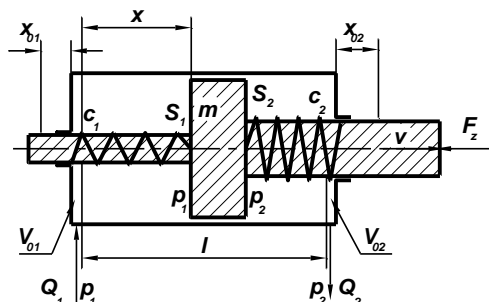
Při použití metody přenosových funkcí se z lineárních anebo linearizovaných diferenciálních rovnic přepsaných do operátorového tvaru odvodí přenosové funkce, které zahrnují zesílení, časové konstanty, součinitele poměrného tlumení atd. Vyjadřují, o jaký typ dynamického systému se jedná, a dávají určitou představu o jeho vlastnostech. Změnou konstant můžeme sestavit různé dynamické charakteristiky daného systému.

Simulační programy mají často rozsáhlé knihovny prvků nebo podporují tvorbu modelu vlastních, z kterých lze sestavovat různorodé systémy a graficky vyhodnocovat sledované veličiny, jako je tomu například u programu Matlab - Simulink – Simhydraulics [4].

Tento přístup umožňuje systémy modelovat přímo popisem jejich fyzické struktury, při tom

odbourává potřebu odvozování příslušných matematických vztahů mezi sledovanými veličinami **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**

3. Schéma modelu hydromotoru



obrázek 1: Schéma přímočarého motoru

Na obrázek 1 je schéma obecného přímočarého motoru. Je to oboustranný motor s nestejným průměrem pístnic, ve kterém se transformuje tlaková energie kapaliny na přímočarý vratný pohyb. Označení veličin je patrné ze schématu a statická charakteristika slouží k určení průtokových rovnic. Průtoková rovnice na vstupu a výstupu je dána vztahem viz skriptu [1]. V následující simulaci bude řešen jednodušší dvojčinný motor s jednostrannou pístnicí bez pružin se zátěží. Základní parametry motoru jsou plochy pístu, objem v komorách válce, zatížení motoru, tuhost motoru K_M [N/m], zdvih, zátěž atd., viz Tabulka 2.

Popis	Ozn.	Hodnoty	Jednotky
Plocha pístu 1	S_1	0.001256	m^2
Plocha 2	S_2	0.00064	m^2
Max. zdvih	h	0.2	m
Objem 1	V_{01}	0.000251	m^3
Objem 2	V_{02}	0.000128	m^3
Tuhost	K_M	6.28e+6	$N.m^{-1}$
Tlumení	b	proměnné	$N.s.m^{-1}$
Modul pružnosti	K	1,00E+09	Pa
Vstupní průtok	Q_{v1}	1,26E-04	$m^3.s^{-1}$
Zátěž	m	30	kg
Rychlost	v	0,1	$m.s^{-1}$

Tabulka 1

Tuhost motoru (Contact Stiffness) je dána vztahem:

$$K_M = \frac{S_1 \cdot K}{h_{max}} \quad (1)$$

Ostatní nedefinované veličiny jsou nulové.

Pro sestavení modelu je potřeba nejprve sestavit z daných parametrů hydromotoru přenos (druhého řádu) popsany rovnicemi (2) a (3). [5]

$$G_{Q_1, Q_2} = \frac{Q_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{T_M^2 s^2 + 2\xi T_M s + 1} \quad (2)$$

Časová konstanta T_M je dána:

Hydraulickou indukčností a kapacitou

$$H_M = \frac{m}{S_M^2}; \quad C_M = \frac{V_{1,2}}{K}$$

$$T_M = \sqrt{H_M \cdot C_M} = \sqrt{\frac{m \cdot h_{max} \cdot S_1}{S_M^2 \cdot K}} = \sqrt{m \cdot \frac{h_{max}}{S_M \cdot K}}$$

$$T_M = \sqrt{\frac{m}{K_M}}$$

z T_M se určí f_o

$$T_M = \frac{1}{\omega_o} = \frac{1}{2\pi f_o}$$

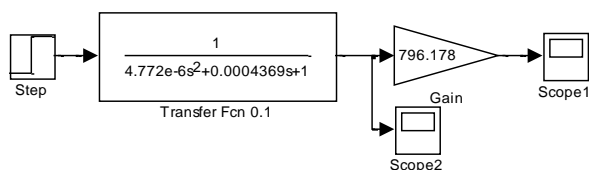
$$f_o = \frac{1}{T_M 2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_M}{m}}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_M}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{6,28e6}{30}} = 72,85 s^{-1} \quad (3)$$

Jelikož hydromotory tzv. servokvality mají velmi malé tření a malou svodovou propustnost, tak součinitelé poměrného tlumení vykazují velmi nízké hodnoty. Pro určení se vychází ze zkušeností, že součinitel poměrného tlumení ξ se volí 0,05 – 0,2.

4. Řešení přenosovou funkcí

Byl vytvořen model přenosu v Matlab – Simulink, ze kterého je možno sledovat změnu přechodové charakteristiky jako odezvy na skokovou funkci průtoku a uvažovat vliv změny součinitele poměrného tlumení ξ . Vstupní veličinou je skoková funkce průtoku a na výstupu je výstupní průtok, který je podělen plochou S_1 a dostává se rychlost pístnice, viz obrázek 1.



obrázek 2: Schéma přenosu

5. Řešení v SimHydraulics

Pro zjednodušení sestavování modelu dynamiky obvodu můžeme použít prvky z knihoven Simscape – Simhydraulics. Zde je potřeba znát základní parametry přímočarého motoru dané v tabulce 1 a dopočítat příslušné konstanty. V bloku hydraulické kapaliny jsou zadány hodnoty modulu pružnosti kapaliny, viskozita, hustota a obsah vzduchu v kapalině. Potrubí je definováno jako nulové, aby neovlivnilo výsledky. Při řešení pomocí Matlab – Simulink – SimHydraulics [3] je nutné se zabývat stanovením součinitele tlumení b N/(m/s). Ten je určen ze vztahu (4) jako tzv. Damping Coefficient.

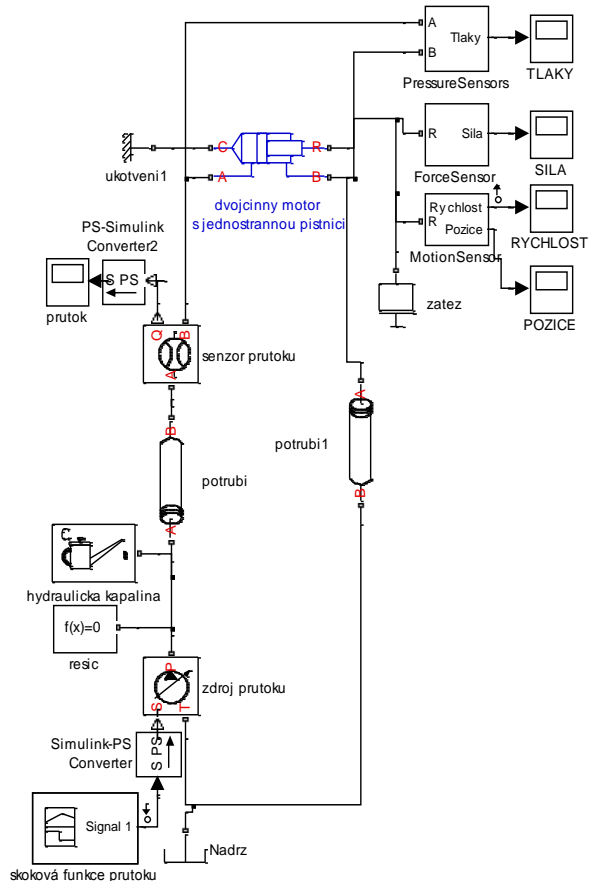
$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{m \cdot K_M}} \rightarrow b = \xi \cdot 2\sqrt{m \cdot K_M} \quad (4)$$

V tabulce 2 jsou porovnávány hodnoty tlumení b pro součinitel poměrného tlumení ξ od 0,1 – 1 [-].

ξ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
b	2745	5490	8235	10980	13725
ξ	0,6	0,7	0,8	0,9	1
b	16471	19216	21961	24706	27451

Tabulka 2

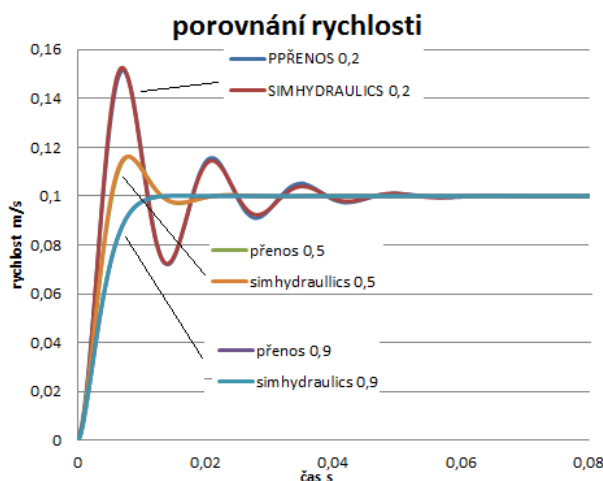
V programu Matlab – SimHydraulics je po umístění bodu input/output na vstup a výstup fyzikálního signálu možnost zjistit hodnotu vlastní frekvence přes Control Estimation Tools Manager, kde se hodnoty vstupu a výstupu nejprve linearizují. Po provedení linearizace se získá obraz podílu výstupu a vstupní hodnoty, která je buď skoková funkce (step diagram) nebo impulzní funkce (impulse diagram). Dále je možno provést frekvenční charakteristiku a získá se amplitudová a fázová nebo jen amplitudová charakteristika. Z amplitudové charakteristiky se odečítá vlastní frekvence hydraulického prvku. Další možností pro vyhodnocování frekvenčních charakteristik Fourierovou transformací bylo vytvoření programu v Matlab M – file, který toto vyhodnocení umožňoval. V tomto programu se může realizovat měření hodnot, které není přímo provedeno na simulovaném modelu v prostředí SimHydraulics. Tento program pro výpočet FFT lze použít i pro výpočet naměřených dat stažených do Matlabu.



obrázek 3: Schéma modelu v Simhydraulics

6. Výsledky porovnání

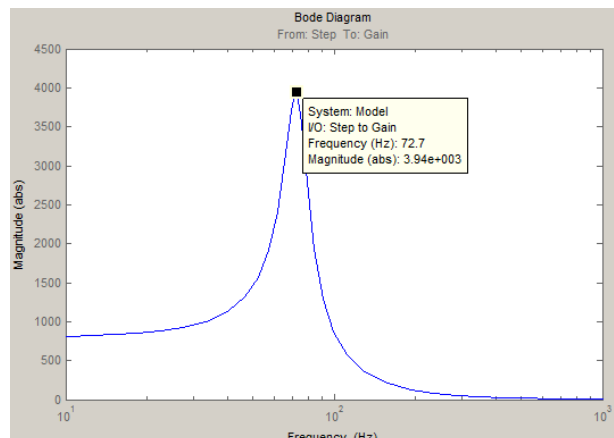
Při samotném testování hydromotoru s danými parametry Tabulka 1 byly porovnávány výsledky numerického řešení metodou přenosových funkcí a nadefinovaného modelu v Simhydraulics popsaného stejnými hodnotami. V grafu obrázek 4 jsou pro názornost zobrazeny tři odezvy rychlosti pro součinitele poměrného tlumení 0,2; 0,5; 0,9 a je patrné, že se křivky řešení metodou přenosové funkce a SimHydraulics s příslušným součinitelem překrývají, což potvrzuje správnost řešení.



obrázek 4: Graf odezvy rychlosti pro vybraná tlumení

Další porovnávanou veličinou je vlastní frekvence vypočtená ze vzorce 3 a vlastní frekvence určená z amplitudové frekvenční charakteristiky viz obrázek 5. Z tohoto porovnání vyplývá, že v programu Simhydraulics je možné řešení dynamiky stejně efektivně s tím, že parametry

hydraulických prvků jsou zadávány jejich geometrickými a fyzikálními parametry tak, jak je zvyklý technik a nevyžadují podrobnou analýzu dynamického chování prvku.



obrázek 5: Graf vyhodnocení vlastní frekvence přes Control Tools Manager

Výsledky modelování budou dále porovnávány s experimenty. Je důležité přesně stanovit model pružnosti, který výrazně ovlivňuje dynamiku a případně u dlouhých potrubí pružnost stěn.

7. Literatura

- [1] KOZUBKOVA M.: DYNAMIKA HYDRAULICKÝCH SYSTÉMŮ, OSTRAVA, VŠB-TU OSTRAVA, 2002,
- [2] NEPRAŽ F., NEVRLÝ J., PEŇÁZ V. TŘETINA K.: MODELOVÁNÍ SYSTÉMŮ S HYDRAULICKÝMI MECHANISMY, BOSCH REXROTH, SPOL., S.R.O., 2002
- [3] NOSKIEVIČ, P.: MODELOVÁNÍ A IDENTIFIKACE SYSTÉMŮ, OSTRAVA, 1999
- [4] MATLAB SIMHYDRAULISC HELP http://www.mathworks.com/help/toolbox/phymod/simscap_e/ref/bqy2ghy-1.html#bqy2ghy-3
- [5] NOSKIEVIČ J.: DYNAMIKA TEKUTINOVÝCH MECHANISMŮ, OSTRAVA, 1995