

30. Setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky



22.-24.6. 2011

Špindlerův Mlýn

Jednotlivý příspěvek ze sborníku



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Návrh základných parametrov fyzikálneho modelu medzipanve pre plynulé odlievanie ocele

Miroslav PŘÍHODA¹, Mária ČARNOGURSKÁ²

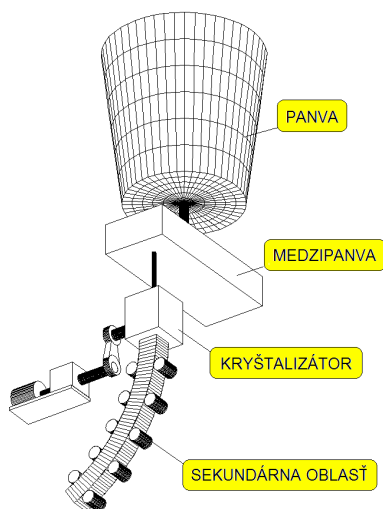
¹ prof. Ing. Miroslav Příhoda, CSc., FMMI VŠB TU Ostrava, 17. listopadu 15, 708 33 Ostrava-Poruba, miroslav.prihoda@vsb.cz

² prof. Ing. Mária Čarnogurská, CSc., SJF TU v Košiciach, Vysokoškolská 4, 042 00 Košice, maria.carnogurska@tuke.sk

Abstrakt: V článku je analyzovaný postup fyzikálneho modelovania prúdových pomerov v medzipanve zariadenia pre plynulé odlievanie ocele. Kritériá podobnosti modelu a diela boli získané analýzou Navierovej-Stokesovej diferenciálnej rovnice a rozmerovou analýzou. Selekcia rozhodujúcich kritérií, ovplyvňujúcich proces prúdenia na zmenšenom modeli medzipanve, sa uskutočnila na základe výberu modelovej tekutiny – vody.

1. Úvod

Fyzikálny model medzipanve plynulého odlievania ocele je v článku navrhnutý na základe teórie fyzikálnej podobnosti. Tá má zaručiť rovnosť kritérií podobnosti na diele i jeho zmenšenom laboratórnom modeli. Schéma zariadenia na plynulé odlievanie ocele je na obr. 1.



Obrázok 1: Schematické zobrazenie zariadenia pre plynulé odlievanie ocele [1]

Dosiahnutie *úplnej mechanickej podobnosti* dvoch hydrodynamických javov vyžaduje, aby bola pri modelovom výskume použitá taká kvapalina, ktorá zaručí súčasné splnenie rovnosti všetkých potrebných kritérií podobnosti

na modeli a diele. V zásade sa však nedajú nájsť dve kvapaliny, ktoré by mali také fyzikálne vlastnosti, aby týmto podmienkam vyhoveli. Preto musí byť pri modelovaní vždy použitá *približná mechanická podobnosť*, kedy sú niektoré kritériá považované za irelevantné. Pri modelovaní prúdenia tekutej ocele v medzipanve bude zanedbané kritérium homochronizmu (viď ďalej). Fyzikálny model prúdenia v medzipanve sa uvažuje vyhotoviť v merítke 10:1.

Kritériá podobnosti pre prúdenie ocele v medzipanve boli stanovené z *Navierovej-Stokesovej diferenciálnej rovnice* a pomocou *dimenzionálnej analýzy* [2].

V obidvoch prípadoch boli získané štyri rovnaké kritériá podobnosti. Ide o kritérium Re , ktoré udáva pomer síl zotrvačných a trecích, Fr (pomer síl zotrvačných a ťažových), Eu (pomer síl tlakových a zotrvačných), Ho (pomer síl impulzných a zotrvačných).

Všeobecná kritériálna rovnica priestorového izotermického pohybu nestlačiteľnej viskózne tekutiny má teda tvar

$$f(Ho, Fr, Eu, Re) = 0 \quad (1)$$

Rovnica (1) môže vyjadrovať mechanickú podobnosť iba v prípade, keď východiskové rov-

nice majú jednoznačné riešenie. Toto sa dá dosiahnuť iba pridaním takých podmienok k systému diferenciálnych rovníc, ktoré povedú k jedinému, skúmaný jav jednoznačne charakterizujúcemu riešeniu, teda podmienok jednoznačnosti. Tieto podmienky musia obsahovať geometriu priestoru, fyzikálne vlastnosti prostredia, v ktorom skúmaný jav prebieha, i hodnoty premenných veličín na hranici systému a v počiatočnom okamihu sledovaného javu. Hraničné podmienky musia zaručiť konštantné hodnoty konštant podobnosti pre každú z premenných veličín, vyskytujúcich sa na hranici procesu. U počiatočných podmienok je potrebné dodržať konštantné hodnoty konštant úmernosti u všetkých relevantných veličín javu. Pokiaľ sa potom zistí, pri porovnaní dvoch javov, že z konštant podobnosti vytvorené indikátory podobnosti sú rovné jednej, možno takéto javy prehlásiť za podobné.

2. Analýza jednotlivých kritérií podobnosti

Kritérium **homochronizmu** *Ho* (nazývané tiež kritériom Strouhalovým *Sh*), obsahujúce silu impulznú, t.j. silu súvisiacu so zmenou hybnosti, sa používa k vyjadreniu bezrozmerového času. Môže byť chápané aj tak, že relatívnou jednotkou miery je čas, za ktorý častice tekutiny pohybujúce sa rýchlosťou v urazia dráhu l . Pokiaľ sa bude jednať o stacionárny proces, t.j. proces pri konštantnej rýchlosti, stane sa kritérium *Ho* irelevantným a rovnica (1) sa potom zjednoduší na tvar

$$\varphi(Re, Fr, Eu) = 0 \quad (2)$$

Kritérium Eulerovo má význam najmä v úlohách riešiacich prúdenie v potrubí. Pri prúdení v otvorených korytách, čo je vlastne prípad pohybu tekutej ocele v medzipanve, sú tlakové straty zanedbateľné. Eulerovo číslo možno tak zo vzťahu (2) vypustiť a kritériálna rovnica nadobúda tvar

$$\varphi(Re, Fr) = 0 \quad (3)$$

Kritérium **Reynoldsovo** charakterizuje prúdenie reálnej tekutiny, ktoré je buď laminárne alebo turbulentné. Podmienka podobnosti modelu (M) a diela (D) je vyjadrená výrazom

$$Re_M = Re_D \quad (4)$$

Pre dielo a jeho zmenšený model možno podmienku podobnosti, vzťah (4), uviesť nasledovne

$$\frac{v_M \cdot l_M}{\nu_M} = \frac{v_D \cdot l_D}{\nu_D} \quad (5)$$

kde v je rýchlosť prúdenia ocele ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), ν je kinematická viskozita ocele ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) a l charakteristický rozmer (m).

V zmysle všeobecnej teórie o podobnosti javov musí z rovnice (5) pre *konštanty podobnosti* modelu a diela platiť

$$\frac{c_v}{c_l} = c_l^{-1} \quad (6)$$

Pokiaľ sa použije pri modelovaní rovnaká tekutina, aká sa vyskytuje na diele, potom je kinematická viskozita na diele a modeli rovnaká. Ak sa $c_v = 1$, potom sa rovnica (6) zjednoduší na tvar

$$c_v = c_l^{-1} \quad (7)$$

Pre model desaťkrát zmenšený oproti dielu platí, že $c_l = 10$. Pre splnenie rovnice (7) musí byť $c_v = 0,1$, čo znamená, že rýchlosť na takto zmenšenom modeli by bola desaťkrát väčšia ako je na diele.

Pokiaľ by modelová tekutina mala desaťkrát menšiu kinematickú viskozitu, než tekutina na diele, potom by podľa vzťahu (6) platilo, že $c_v = 1$, t.j. rýchlosť na modeli by sa rovnala rýchlosti na diele.

Kritérium **Froudeho** predstavuje pomer síl zotrvačných a tiažových. Pokiaľ sa dodrží pri modelovaní rovnosť čísla *Fr*, potom platí

$$Fr_D = Fr_M \text{ resp. } \frac{v_D^2}{g_D \cdot l_D} = \frac{v_M^2}{g_M \cdot l_M} \quad (8)$$

Pre príslušné konštanty podobnosti potom zo vzťahu (8) vychádza

$$c_v^2 = c_g \cdot c_l \quad (9)$$

Procesy na modeli budú rovnako, ako na diele, prebiehať za pôsobenia zemskej gravitácie, čiže $g_D = g_M \Rightarrow c_g = 1$, takže rovnica (9) má, pri konštante podobnosti gravitačného zrýchlenia $c_g = 1$, tvar

$$c_v^2 = c_l \text{ resp. } c_v = \sqrt{c_l} = c_l^{1/2} \quad (10)$$

Ak sa aplikuje Froudeho kritérium na model v rovnakom zmenšení, ako kritérium Reynoldsovo, t.j. v mierke 10:1, sú rýchlosti na modeli 3,16 krát menšie než na diele.

Zo zrovnania podmienok Froudeho a Reynoldsovej podobnosti vyplýva, že modelovanie pohybových javov pri dodržaní čísla Fr je podstatne jednoduchšie, pretože požadované rýchlosti prúdenia na modeli sú nižšie než na diele. Pri modelovaní podľa Re je tomu naopak. Podobne nepriaznivý pomer je aj u objemových prietokov, čo často vedie k veľkým technickým problémom.

Zo zrovnania vzťahov (7) a (10) vyplýva, že súčasne môžu obidva platiť iba pri mierke dĺžok $c_l = 1$, t.j. v prípade, kedy model a dielo majú rovnaké rozmery.

Pokiaľ bude na **zmenšenom** modeli použitá totožná tekutina, aká je na diele, nemožno splniť podmienku [3]

$$Re_M = Re_D \wedge Fr_M = Fr_D \quad (11)$$

Teoreticky možno súčasnú rovnosť oboch kritérií na modeli i diele zaistiť voľbou takej modelovej kvapaliny, pri ktorej bude pre kinematickú viskozitu platiť rovnica (12)

$$c_v = c_l \cdot \sqrt{c_l} = c_l^{3/2} \quad (12)$$

Pri modelovaní prúdenia tekutej ocele v medzipanve, ako už bolo v spomenuté, je možné zanedbať kritéria Ho a Eu . Splniť podmienku (11), teda zabezpečiť súčasnú rovnosť čísiel Re a Fr , je taktiež nemožné. Konkrétne u desaťnásobne zmenšeného modelu by sa muselo pracovať s modelovou tekutinou, ktorá by v porovnaní s tekutinou na diele vykazovala 31,6 krát menšiu kinematickú viskozitu. Pri modelovaní prúdenia tekutej ocele, by bolo potrebné použiť kvapalinu s hodnotou kinematickej viskozity rádu $10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Súčasne je potrebné konštatovať, že kvapalina, ktorá by pri bežných teplotách okolia mala takúto kinematickú viskozitu prakticky neexistuje.

Ak sa zväžia skutočné možnosti voľby modelovej kvapaliny, ktorá by okrem určitých fyzikálnych vlastností, mala byť i cenovo dostupná, hygienicky nezávadná a ľahko skladovateľná, ponúka sa pre modelovanie prúdenia použitie vody. Výhodou vody taktiež je, že jej kinematická viskozita sa pri obvyklej teplote okolia príliš nelíši od kinematickej viskozity roztavennej ocele; obe sa pohybujú okolo hodnoty $1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

S ohľadom na vyššie uvedené skutočnosti je zrejmé, že pri modelovaní prúdenia roztavennej oceli v medzipanve zariadenia plynulého odlievania ocele je potreba rozhodnúť, či bude za určujúce vybrané kritérium Froudeho či Reynoldsovo.

3. Výber určujúceho kritéria

Z porovnania oboch kritérií podobnosti (Fr , Re) vychádza, že pre fyzikálny laboratórny model prúdenia ocele v medzipanve ZPO je vhodné dať prednosť Froudeho kritériu pred kritériom Reynoldsovým. Kinematicky podobné pohybové javy, ktoré výhradne resp. prevládajúcim spôsobom ovplyvňuje gravitačná sila, sú aj dynamicky podobné, keď vo vzájomne si odpovedajúcich prierezoch diela a modelu budú rovnaké hodnoty Fr .

Výskum podobnosti prúdenia potom vychádza z geometrickej podobnosti ako základu podobnosti mechanickej [4]. Okrem konštanty podobnosti rýchlosti vyjadrenej vzťahom (10)

$$c_v = \frac{v_D}{v_M} = c_l^{1/2} \quad (13)$$

možno definovať ďalšie konštanty podobnosti, a síce konštantu podobnosti objemového prietoku

$$c_{Q_v} = \frac{Q_{V,D}}{Q_{V,M}} = \frac{S_D \cdot v_D}{S_M \cdot v_M} = c_l^2 \sqrt{c_l} = c_l^{5/2} \quad (14)$$

a konštantu podobnosti časových intervalov má tvar

$$c_\tau = \frac{c_l}{c_v} = \frac{c_l}{c_l^{1/2}} = c_l^{1/2} \quad (15)$$

Odvozené konštanty podobnosti jednotlivých veličín budú v ďalšom texte aplikované na medzipanvu šesťprúdového ZPO odlievajúceho sochory o priereze 180 x 180 mm rýchlosťou 2,1 m·min⁻¹. Hmotnostný tok ocele z panvy do medzipanvy na reálnom diele je v množstve

$$Q_{m,D} = 6 \cdot S_D \cdot v_D \cdot \rho_D = 6 \cdot 0,18^2 \cdot 2,1 \cdot 7800 = 3184 \text{ kg} \cdot \text{min}^{-1}$$

kde v_D je liaca rýchlosť (m·min⁻¹),

ρ_D - hustota ocele pri normálnej teplote (kg·m⁻³),

S_D - prierez predliatku (m).

Objemový tok ocele (oc) z panvy do medzipanvy je

$$Q_{V,oc} = \frac{Q_{m,D}}{\rho_{t,D}} = \frac{3184}{6900} = 0,4615 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1} = 461,5 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$$

kde $\rho_{t,D}$ je hustota roztavenej ocele (kg·m⁻³).

Ak bude model postavený v mierke 10:1, bude konštantu podobnosti dĺžok odpovedať $c_l = 10$, a podľa rovnice (14) sa bude objemový tok vody (vo) do modelu rovnáť

$$Q_{V,vo} = \frac{Q_{V,oc}}{c_l^{5/2}} = \frac{461,5}{316,2} = 1,46 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$$

Pokiaľ by sa jednalo o model v mierke zmenšenia napr. 8:1, bude objemový tok vody 2,55 l·min⁻¹ (181-krát menší než taveniny v medzipanve) a rýchlosti prúdenia aj časové intervaly na modeli budú 2,83-krát menšie. Pre prípad modelu v mierke 5:1 sa obdobné hodnoty pre objemový tok budú rovnáť 8,26 l·min⁻¹ (55,9-krát menšie) a rýchlosti a časy budú 2,24-krát menšie. Ak bude model realizovaný v inom merítku dĺžok, stanoví sa merítko ďalších veličín podľa vyššie odvodennej metodiky

4. Záver

Modelovaním prúdenia tekutej ocele na zmenšenom fyzikálnom modeli podľa Froudeho kritéria, pri použití vody ako modelovej tekutiny, možno dosiahnuť 316-krát menší objemový tok, než je objemový tok taveniny na diele. Rýchlosť prúdenia vody v modeli bude 3,16-krát menšia než ocele v medzipanve, t.j. jej hodnota je 0,66 m·s⁻¹. Časové intervaly na modeli budú 3,16-krát menšie než na skutočnej medzipanve.

5. Literatúra

- [1] PYSZKO, R.: VÝZKUM PRACOVNÍCH PODMÍNEK V KRYSTALIZÁTORU PŘI PLYNULÉM LITÍ OCELI, DOKTORSKÁ DISERTAČNÍ PRÁCE. OSTRAVA, VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TU OSTRAVA. 1993. 133 S.
- [2] RÉDR, M., PŘÍHODA, M.: ZÁKLADY TEPELNÉ TECHNIKY, PRAHA, SNTL, 1991, 680 S.
- [3] ČARNOGURSKÁ, M., PŘÍHODA, M.: APLIKÁCIA DIMENZIONÁLNEJ ANALÝZY PRI MODELOVANÍ JAVOV V OBLASTI ENERGETIKY, KOŠICE, SJF TU V KOŠICIACH, 2011, 214 S.
- [4] ČARNOGURSKÁ, M.: ZÁKLADY MATEMATICKÉHO A FYZIKÁLNEHO MODELOVANIA V MECHANIKE TEKUTÍN A TERMOMECHANIKE, KOŠICE, SJF TU V KOŠICIACH, 2000, 175 S.

PodĎakovanie

Tento článok bol vypracovaný v rámci úloh súvisiacich s riešením projektov KEGA 045-015TUKE-4/2010, VEGA 1/0006/11 a SP2011/29-FMMI VŠB TUO.